

Universidade Federal de Campina Grande - UFCG

Centro de Ciências e Tecnologia - CCT

Departamento de Matemática e Estatística - DME

Disciplina: *Cálculo III*

Data: 15/01/2010

Professor(a): Diogo Diniz Pereira da Silva

Aluno(a): _____

Nota:

Primeiro Estágio

RESPOSTAS SEM JUSTIFICATIVAS SERÃO DESCONSIDERADAS.

1. (2,0 pts) Seja $f(x, y) = \sqrt{y - x}$.

- (a) Encontre o domínio e a imagem da função;
- (b) Descreva as curvas de nível da função;
- (c) Indique qual a fronteira da região e diga se a região é aberta, fechada ou nenhuma das duas;
- (d) Decida se o domínio é limitado ou não limitado.

2. (2,0 pts) Encontre os limites nos itens (a) e (b). Mostre que o limite no item (c) não existe.

$$(a) \lim_{(x,y) \rightarrow (1,1)} \frac{x^2 - y^2}{x - y};$$

$$(b) \lim_{P \rightarrow (1,2,3)} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \right);$$

$$(c) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 + y}{y}.$$

3. (2,0 pts) Resolva:

- (a) Encontre o gradiente de $f(x, y) = \ln(x + y)$;
- (b) Encontre a derivada direcional da função no ponto $(1, 1)$ na direção do vetor $(3, 4)$;
- (c) Indique as direções nas quais a taxa de variação no ponto $(1, 1)$ é máxima, mínima e nula respectivamente;
- (d) Existe direção para a qual $(D_u f)_{(1,1)}$ é igual a 2010?

4. (1,0 pts) Encontre o valor de $\frac{\partial z}{\partial x}$ no ponto $(1, 1, 1)$ sabendo que a equação $xy + z^3x - 2yz = 0$ define z como função de duas variáveis independentes x e y e que a derivada parcial existe.

5. (2,0 pts) Encontre $\frac{\partial w}{\partial r}$ quando $r = 1$, $s = -1$ se $w = (x + y + z)^2$, $x = r - s$, $y = \cos(r + s)$, $z = \sin(r + s)$.

6. (1,0 pts) Encontre equações paramétricas para a reta tangente à curva de intersecção das superfícies $x^3 + 3x^2y^2 + y^3 + 4xy - z^2 = 0$ e $x^2 + y^2 + z^2 = 11$ no ponto $(1, 1, 3)$.

BOA PROVA!!!!